

HOJA 1: Monomios

1. Sumar monomios semejantes:

a) $3x^2 + 4x^2 - 5x^2 = 2x^2$

b) $6x^3 - 2x^3 + 3x^3 = 7x^3$

c) $x^5 + 4x^5 - 7x^5 = -2x^5$

d) $-2x^4 + 6x^4 + 3x^4 - 5x^4 = 2x^4$

e) $7x + 9x - 8x + x = 9x$

f) $2y^2 + 5y^2 - 3y^2 = 4y^2$

g) $3x^2y - 6x^2y + 5x^2y = 2x^2y$

h) $4xy^2 - xy^2 - 7xy^2 = -4xy^2$

i) $2a^6 - 3a^6 - 2a^6 + a^6 = -2a^6$

j) $ab^3 + 3ab^3 - 5ab^3 + 6ab^3 - 4ab^3 = ab^3$

k) $7xy^2z - 2xy^2z + xy^2z - 6xy^2z = 0$

l) $-x^3 + 5x - 2x + 3x^3 + x + 2x^3 = 4x^3 + 4x = 4x$

m) $x^4 + x^2 - 3x^2 + 2x^4 - 5x^4 + 8x^2 = -2x^4 + 6x^2$

n) $3a^2b - 5ab^2 + a^2b + ab^2 = 4a^2b + 4ab^2$

o) $\frac{7}{3}x^2 + \frac{4}{3}x^2 = \frac{11}{3}x^2$

p) $12x^5 - x^5 - 4x^5 - 2x^5 - 3x^5 = 2x^5$

q) $\frac{7}{4}x^5 + \frac{1}{4}x^5 = \frac{8}{4}x^5 = 2x^5$

r) $x^2y^2 - 5x^2y^2 - (3x^2y^2 - 4x^2y^2) - 8x^2y^2 = -11x^2y^2$

(Sol: $-11x^2y^2$)

s) $x^2 + \frac{x^2}{3} = \frac{4x^2}{3}$

t) $x^2 + x^2 = 2x^2$

u) $\frac{1}{2}x^3 - \frac{5}{2}x^3 + \frac{3}{2}x^3 = \frac{1}{2}x^3$

v) $-(ab^3 + a^3b) - 3a^3b + 5ab^3 - (a^3b - 2ab^3) = 6ab^3 - 5a^3b$

(Sol: $6ab^3 - 5a^3b$)

w) $7x^2 - \frac{1}{2}x^2 - \frac{5}{2}x^2 + 2x^2 + \frac{3}{2}x^2 = \frac{15}{2}x^2$

(Sol: $15x^2/2$)

x) $-x + x^2 + x^3 + 3x^2 - 2x^3 + 2x + 3x^3 = x + 4x^2 + 2x^3$

y) $2a^2b + 5a^2b - \frac{2}{3}a^2b - a^2b + \frac{a^2b}{2} = \frac{35a^2b}{6}$

(Sol: $35a^2b/6$)

$$z) -x^3 + \frac{5x^3}{4} - \frac{2x^3}{3} + 3x^3 + \frac{x^3}{2} = \frac{37x^3}{12}$$

(Sol: $37x^3/12$)

Ejercicios libro: pág. 70: 36, 37 y 39; pág. 59: 6 (sumas y restas de monomios)

2. Efectuar los siguientes productos y cocientes de monomios:

a) $3x^2 \cdot 4x^3 = 12 \cdot x^5$

b) $2x^3 \cdot 4x^3 \cdot 3x^3 = 24x^9$

c) $x^3 \cdot x^3 = x^6$

d) $-2x^4 \cdot 3x^3 = -6x^7$

e) $7x \cdot (-8x^2) = -56x^3$

f) $(-3y^2) \cdot (-2y^3) = 6y^5$

g) $3x^2y \cdot 6xy^3 = 18x^3y^4$

h) $\frac{3}{4}x^2 \cdot \frac{5}{2}x^3 = \frac{15}{8}x^5$

i) $4a^3b^2 \cdot a^2b \cdot 7ab = 28a^6b^4$

j) $-\frac{1}{2}a^3 \cdot \frac{5}{3}a^4 = -\frac{5}{6}a^7$

k) $2a^6 \cdot 3a^6 \cdot 2a^6 = 12a^{18}$

l) $\frac{2}{5}x^3 \cdot \left(-\frac{3}{2}x\right) = -\frac{6}{10}x^4$

m) $ab^3 \cdot (-3a^2b) \cdot 5a^3b = -15a^6b^5$

n) $x^2 \cdot \frac{1}{3}x^5 = \frac{1}{3}x^7$

o) $-ab^2c^3 \cdot (-3a^2bc) \cdot 3abc = 9a^4b^4c^5$

p) $(6x^4) : (2x^2) = 3x^2$

q) $\frac{12a^6}{3a^3} = 4a^3$

r) $15x^4 : (-3x) = -5x^3$

s) $\frac{-14x^7}{7x^2} = -2x^5$

t) $-8x^4 : (-4x^3) = 2x$

u) $\frac{5x^7y^3}{x^2y} = 5x^5y^2$

$$v) (-18x^4) : (6x^3) = \frac{-18x^4}{6x^3} = -3x$$

$$w) \frac{-12a^5b^4c^6}{2a^3b^2c} = -6a^2b^2c^5$$

$$x) 2x^4 \cdot 6x^3 : (4x^2) = \frac{2 \cdot x^4 \cdot 6x^3}{4x^2} = 3x^5$$

(Sol: $3x^5$)

$$y) \frac{3a^5b \cdot (-12a^4b^2)}{4a^3b^2} = \frac{-36a^9b^3}{4a^3b^2} = -9a^6b$$

(Sol: $-9a^6b$)

$$z) 27x^4 : (-9x^3) \cdot (-2x^2) = \frac{27x^4}{18x^5} = \frac{3}{2}x^{-1}$$

(Sol: $6x^3$)

Ejercicios libro: **pág. 70: 40 y 41** (productos y cocientes de monomios) y **38; pág. 59: 5** (sumas, restas, productos y cocientes)

3. Efectuar las siguientes operaciones combinadas con monomios:

$$a) 15x^5 - 3x^3 \cdot 4x^2 = 15x^5 - 12x^5 = 3x^5$$

(Sol: $3x^5$)

$$b) 2x^3 + 4x^3 \cdot 5x - 2x \cdot (-x^2) = 2x^3 + 20x^4 + 2x^3 = 20x^4 + 4x^3$$

(Sol: $4x^3 + 20x^4$)

$$c) 3a \cdot ab - 2a^2 \cdot (-4b) - 8 \cdot (2a^2b) = 3a^2b + 8a^2b - 16a^2b = -5a^2b$$

(Sol: $-5a^2b$)

$$d) 3x^2 + 4x^2 - 2x^2 \cdot (-3x) - [(4x^3 + x^2 - 2x \cdot (x^2))] = 7x^2 + 6x^3 - 2x^3 - x^2 = 6x^2 + 4x^3$$

(Sol: $4x^3 + 6x^2$)

$$e) -3xy^2 - (-4x \cdot 7y^2) + (8x^2y^3 : 2xy) = -3xy^2 + 28xy^2 + 4xy^2 = 29xy^2$$

(Sol: $29xy^2$)

$$f) (-y^2) \cdot (-2y^2) - 5y \cdot (-2y^3) + 3y^3 \cdot (-4y) = 2y^4 + 10y^4 - 12y^4 = 0$$

(Sol: 0)

$$g) (3x^3 \cdot 6x - 2x^2 \cdot x^2) : (4x^2 \cdot 3x^2 - 8x \cdot x^3) = \frac{18x^4 - 2x^4}{12x^4 - 8x^4} = \frac{16x^4}{4x^4} = 4$$

(Sol: 4)

$$h) 3x^5 - \frac{4}{3}x^2 \cdot \frac{3}{2}x^3 = 1x^5$$

(Sol: x^5)

$$i) 4a^2b \cdot (-ab^2) \cdot 5ab - 8a^4b^4 = -28a^4b^4$$

(Sol: $-28a^4b^4$)

$$j) a^5 + \frac{5}{6}a^3 \cdot \frac{3}{5}a^2 = \frac{3}{2}a^5$$

(Sol: $3a^5/2$)

$$k) 5x^6 - 2x^6 \cdot 3x^6 : (-2x^6) = \frac{5 - 6x^6}{-2}$$

(Sol: $8x^6$)

$$l) \left(-\frac{7}{3}x^3\right) \cdot \left(-\frac{4}{7}x\right) + \frac{2}{3}x^4 = 2x^4$$

(Sol: $2x^4$)

$$m) 2ab \cdot (-a^3b) + [ab^2 \cdot (-3a^2b)] - 5a^3b \cdot ab + ab \cdot a^2b^2 = -7a^4b^2 - 2a^3b^3$$

(Sol: $-7a^4b^2 - 2a^3b^3$)

$$n) 2x^2 \cdot \frac{1}{3}x^3 + \frac{21x^7}{3x^2} = \frac{2x^5}{3} + \frac{7x^5}{1} = \frac{2x^5}{3} + \frac{21x^5}{3} = \frac{23x^5}{3}$$

(Sol: $23x^5/3$)

Ejercicios libro: **pág. 70: 42; pág. 59: 7** (operaciones combinadas con monomios)

HOJA 2: Valor numérico de un polinomio. Sumas y restas de polinomios.

1. Hallar el **valor numérico** de cada polinomio para el valor indicado de la indeterminada:

a) $P(x) = x^2 + x + 1$, para $x = 2$ $P(2) = 2^2 + 2 + 1 = 7$ (Sol: 7)

b) $P(x) = x^2 + x + 1$, para $x = -2$ $= (-2)^2 + (-2) + 1 = 3$ (Sol: 3)

c) $P(x) = 2x^2 - x + 2$, para $x = 3$ $= 2 \cdot 3^2 - 3 + 2 = 17$ (Sol: 17)

d) $P(x) = 2x^2 - x + 2$, para $x = -2$ $2 \cdot (-2)^2 - (-2) + 2 = 12$ (Sol: 12)

e) $P(x) = -x^2 - 3x + 4$, para $x = 4$ $-4^2 - 3 \cdot 4 + 4 = -24$ (Sol: -24)

f) $P(x) = -x^2 + 3x + 4$, para $x = -1$ $-(-1)^2 + 3 \cdot (-1) + 4 = 0$ (Sol: 0)


g) $P(x) = x^3 + 3x^2 + 1$, para $x = 0$ $= 0^3 + 3 \cdot 0^2 + 1 = 1$ (Sol: 1)

h) $P(x) = x^3 - 4x^2 + x + 3$, para $x = -3$ $= (-3)^3 - 4(-3)^2 + (-3) + 3 = -63$ (Sol: -63)

i) $P(x) = x^4 - 4x^2 - 1$, para $x = 2$ $2^4 - 4 \cdot 2^2 - 1 = -1$ (Sol: -1)

j) $P(x) = -x^3 - 3x^2 - x + 2$, para $x = -4$ $-(-4)^3 - 3(-4)^2 - (-4) + 2 = 22$ (Sol: -106)

k) $P(x) = x^3 - \frac{4}{3}x^2 + \frac{5}{2}x - 1$, para $x = 5$ $5^3 - \frac{4}{3}5^2 + \frac{5}{2}5 - 1 = \frac{619}{6}$ (Sol: 629/6)

 Ejercicios libro: **pág. 71: 47**; **pág. 61: 13** (valor numérico de un $P(x)$)

2. a) Dado $P(x) = x^2 + 2x + k$, hallar el valor de k para que $P(2)=6$ (Sol: $k=-2$)


$k = -2$

b) Dado $P(x) = x^2 - kx + 2$, hallar el valor de k para que $P(-2)=8$ (Sol: $k=1$)

$k = 1$

c) Dado $P(x) = kx^3 - x^2 + 5$, hallar el valor de k para que $P(-1)=1$ (Sol: $k=3$)

$k = 3$

 Ejercicios libro: **pág. 71: 50** (Hallar k para un valor numérico dado); **pág. 70: 45** (V o F)

3. Dados los siguientes polinomios: $P(x) = 2x^3 - 3x^2 + 4x - 2$

$$Q(x) = x^4 - x^3 + 3x^2 + 4$$

$$R(x) = 3x^2 - 5x + 5$$

$$S(x) = 3x - 2$$

Hecho en hoja aparte

Hallar:

a) $P(x) + Q(x) = x^4 + x^3 + 4x + 2$ (Sol: $x^4 + x^3 + 4x + 2$)

b) $P(x) + R(x) = 2x^3 - x + 3$ (Sol: $2x^3 - x + 3$)

c) $P(x) + S(x) = 2x^3 - 3x^2 + 7x - 4$ (Sol: $2x^3 - 3x^2 + 7x - 4$)

d) $S(x) + P(x) = 2x^3 - 3x^2 + 7x - 4$ (Sol: ídem)

e) $P(x) + P(x) = 4x^3 - 6x^2 + 8x - 2$ (Sol: $4x^3 - 6x^2 + 8x - 2$)

f) $Q(x) - S(x) = x^4 - x^3 + 3x^2 - 3x + 6$ (Sol: $x^4 - x^3 + 3x^2 - 3x + 6$)

g) $Q(x) + R(x) = x^4 - x^3 + 6x^2 - 5x + 9$ (Sol: $x^4 - x^3 + 6x^2 - 5x + 9$)

h) $P(x) - R(x) = 2x^3 - 6x^2 + 9x - 7$ (Sol: $2x^3 - 6x^2 + 9x - 7$)

i) $Q(x) + S(x) = x^4 - x^3 + 3x^2 + 3x + 2$ (Sol: $x^4 - x^3 + 3x^2 + 3x + 2$)

j) $P(x) - S(x) = 2x^3 - 3x^2 + x$ (Sol: $2x^3 - 3x^2 + x$)

k) $S(x) - P(x) = -2x^3 + 3x^2 - x$ (Sol: $-2x^3 + 3x^2 - x$)

l) $P(x) - P(x) = 0$ (Sol: 0)

m) $R(x) - S(x) = 3x^2 - 8x + 7$ (Sol: $3x^2 - 8x + 7$)

n) $P(x) - Q(x) + R(x) = -x^4 + 3x^3 - 3x^2 - x - 1$ (Sol: $-x^4 + 3x^3 - 3x^2 - x - 1$)

o) $Q(x) - [R(x) + S(x)] = x^4 - x^3 + 2x + 1$ (Sol: $x^4 - x^3 + 2x + 1$)

p) $S(x) - [R(x) - Q(x)] = x^4 - x^3 + 8x - 3$ (Sol: $x^4 - x^3 + 8x - 3$)

HOJA 3: Productos de polinomios. Operaciones combinadas.

1. Efectuar los siguientes **productos** en los que intervienen **monomios**, dando el resultado simplificado:

a) $(-2x^3) \cdot \left(\frac{4}{5}x^2\right) \cdot \left(\frac{1}{2}x\right) = \frac{-8}{10}x^6 = \frac{-4}{5}x^6$ (Soluc: $-\frac{4}{5}x^6$)

b) $\left(-\frac{5}{7}x^7\right) \cdot \left(\frac{3}{5}x^2\right) \cdot \left(-\frac{4}{3}x\right) = \frac{-60}{105}x^{10} = \frac{20}{35}x^{10} = \frac{4}{7}x^{10}$ (Soluc: $\frac{4}{7}x^{10}$)

c) $5x^3 \cdot 3x^2y \cdot (-4xz^3) = -60x^5yz^3$ (Soluc: $-60x^5yz^3$)

d) $-3ab^2 \cdot 2ab \cdot \left(-\frac{2}{3}a^2b\right) = 4a^4b^4$ (Soluc: $4a^4b^4$)

e) $(3x^4 - 2x^3 + 2x^2 + 5) \cdot 2x^2 = 6x^6 - 4x^5 + 4x^4 + 10x^2$ (Soluc: $6x^6 - 4x^5 + 4x^4 + 10x^2$)

f) $(-2x^5 + 3x^3 - 2x^2 - 7x + 1) \cdot (-3x^3) = 6x^8 - 9x^6 + 6x^5 + 21x^4 - 3x^3$ (Soluc: $6x^8 - 9x^6 + 6x^5 + 21x^4 - 3x^3$)

g) $\left(\frac{2}{3}x^3 - \frac{3}{2}x^2 + \frac{4}{5}x - \frac{5}{4}\right) \cdot 12x^2 = 8x^5 - 18x^4 + \frac{48}{5}x^3 - 15x^2$ (Soluc: $8x^5 - 18x^4 + \frac{48}{5}x^3 - 15x^2$)

h) $\left(\frac{1}{2}ab^3 - a^2 + \frac{4}{3}a^2b + 2ab\right) \cdot 6a^2b = 3a^3b^4 - 6a^4b + 8a^4b^2 + 12a^3b^2$ (Soluc: $3a^3b^4 - 6a^4b + 8a^4b^2 + 12a^3b^2$)

2. Dados los siguientes polinomios: $P(x) = 2x^3 - 3x^2 + 4x - 2$

$Q(x) = x^4 - x^3 + 3x^2 + 4$

$R(x) = 3x^2 - 5x + 5$

$S(x) = 3x - 2$

Hallar los siguientes **productos**:

a) $P(x) \cdot R(x) = (2x^3 - 3x^2 + 4x - 2) \cdot (3x^2 - 5x + 5) = 6x^5 - 10x^4 + 10x^3 - 9x^2 + 15x - 10$ (Sol: $6x^5 - 10x^4 + 10x^3 - 9x^2 + 15x - 10$)

b) $P(x) \cdot S(x) = (2x^3 - 3x^2 + 4x - 2) \cdot (3x - 2) = 6x^4 - 4x^3 - 9x^2 + 6x^2 + 12x^2 - 8x - 6x + 4 = 6x^4 - 4x^3 + 18x^2 - 14x + 4$ (Sol: $6x^4 - 4x^3 + 18x^2 - 14x + 4$)

c) $S(x) \cdot P(x) = (3x - 2) \cdot (2x^3 - 3x^2 + 4x - 2) = 6x^4 - 4x^3 - 9x^2 + 6x^2 + 12x^2 - 8x - 6x + 4 = 6x^4 - 4x^3 + 18x^2 - 14x + 4$ (Sol: *idem*)

d) $P(x) \cdot P(x) = (2x^3 - 3x^2 + 4x - 2)^2 = 4x^6 - 6x^5 + 8x^4 - 4x^3 - 6x^2 + 9x^2 - 12x^3 + 6x^2 + 8x^4 - 12x^3 + 16x^2 - 8x - 4x^3 + 6x^2 - 8x + 4 = 4x^6 - 12x^5 + 25x^4 - 32x^3 + 24x^2 - 16x + 4$ (Sol: $4x^6 - 12x^5 + 25x^4 - 32x^3 + 24x^2 - 16x + 4$)

e) $Q(x) \cdot S(x) = (x^4 - x^3 + 3x^2 + 4) \cdot (3x - 2) = 3x^5 - 2x^4 - 3x^4 + 2x^3 + 9x^3 - 6x^2 + 12x - 8 = 3x^5 - 5x^4 + 11x^3 - 6x^2 + 12x - 8$ (Sol: $3x^5 - 5x^4 + 11x^3 - 6x^2 + 12x - 8$)

HOJA 4: Cocientes de polinomios.

1. Efectuar los siguientes **cocientes** en los que intervienen **monomios**, dando el resultado simplificado:

✓ a) $\frac{4x^3}{2x^2} = 2x$

✓ b) $8x^4 : (-2x^2) = -4x^2$

✓ c) $\frac{7x^5}{2x^3} = \frac{7}{2}x^2$

✓ d) $-8x^3 : (2x^2) = -4x$

✓ e) $\frac{-3x^7}{-9x^4} = \frac{1}{3}x^3$

✓ f) $\frac{-3x^4 + 6x^3 - 12x^2}{3x^2} = -x^2 + 2x - 4x^0$

g) $(8x^8 - 6x^4 - 4x^3) : (-4x^3) =$

h) $\frac{-12x^9 + 2x^5 - x^4}{4x^4} =$

i) $(-18x^3yz^3) : (6xyz^3) = -3x^2$

j) $[-3a \cdot (a^3b) + 5a^4b] : (-ab) = -2a^3$

(Sol: $-2a^3$)

k) $\frac{-3xy^2(-2x^3y)}{4x^2y} =$

(Sol: $3x^2y^2/2$)

2. Efectuar (en el cuaderno) las siguientes **divisiones de polinomios**, y comprobar mediante la regla $D=d \cdot C+R$:

a) $x^4 - x^3 + 7x^2 + x + 15 \mid x^2 + 2 = x^2 - x + 5$ y resto $3x + 5$

(Soluc: $C(x) = x^2 - x + 5$; $R(x) = 3x + 5$)

b) $2x^5 - x^3 + 2x^2 - 3x - 3 \mid 2x^2 - 3 = x^3 + x + 1$

(Soluc: $C(x) = x^3 + x + 1$; División exacta)

c) $6x^4 - 10x^3 + x^2 + 11x - 6 \mid 2x^2 - 4x + 3 = 3x^2 + x - 2$

(Soluc: $C(x) = 3x^2 + x - 2$; División exacta)

d) $x^3 + 2x^2 + x - 1 \mid x^2 - 1 = x + 2$ y resto $2x + 1$

(Soluc: $C(x) = x + 2$; $R(x) = 2x + 1$)

e) $8x^5 - 16x^4 + 20x^3 - 11x^2 + 3x + 2 \mid 2x^2 - 3x + 2 = 4x^3 - 2x^2 + 3x + 1$ $R=0$

(Soluc: $C(x) = 4x^3 - 2x^2 + 3x + 1$; División exacta)

f) $x^4 + 3x^3 - 2x + 5 \mid x^3 + 2 = x + 3$ $R = -4x - 1$

(Soluc: $C(x) = x + 3$; $R(x) = -4x - 1$)

g) $x^5 - 2x^4 + 3x^2 - 6 \mid x^4 + 1 = x - 2$ $R = 3x^2 - x - 4$

(Soluc: $C(x) = x - 2$; $R(x) = 3x^2 - x - 4$)

h) $x^2 \mid x^2 + 1 = 1$ resto -1

(Soluc: $C(x) = 1$; $R(x) = -1$)

HOJA 5: Regla de Ruffini. Extraer factor común.

1. Efectuar (en el cuaderno) las siguientes divisiones mediante la **regla de Ruffini**, y comprobar mediante la regla $D=d \cdot C+R$:

a) $x^3 - 4x^2 + 5x - 8 \mid x-2$ $C = x^2 - 2x + 1$ $R = -6$ (Soluc: $C(x) = x^2 - 2x + 1$; $R = -6$)

b) $x^4 - 7x^3 + 8x^2 - 2 \mid x-1$ $C = x^3 - 6x^2 + 2x + 2$ $R = 0$ (Soluc: $C(x) = x^3 - 6x^2 + 2x + 2$; División exacta)

c) $2x^4 + 3x^3 - 4x^2 + x - 18 \mid x-2$ $C = 2x^3 + 7x^2 + 10x + 21$ $R = 24$ (Soluc: $C(x) = 2x^3 + 7x^2 + 10x + 21$; $R = 24$)

d) $x^3 + x^2 + x + 1 \mid x+1$ $C = x^2 + 1$ $R = 0$ (Soluc: $C(x) = x^2 + 1$; División exacta)

e) $2x^4 + x^3 - 2x^2 - 1 \mid x+2$ $C = 2x^3 - 3x^2 + 4x - 8$ $R = 15$ (Soluc: $C(x) = 2x^3 - 3x^2 + 4x - 8$; $R = 15$)

f) $2x^5 + 3x^2 - 6 \mid x+3$ $C = 2x^4 - 6x^3 + 18x^2 - 51x + 153$ $R = -465$ (Soluc: $C(x) = 2x^4 - 6x^3 + 18x^2 - 51x + 153$; $R = -465$)

g) $3x^4 - 10x^3 - x^2 - 20x + 5 \mid x-4$ (Soluc: $C(x) = 3x^3 + 2x^2 + 7x + 8$; $R = 37$)

h) $2x^4 - 10x + 8 \mid x+2$ (Soluc: $C(x) = 2x^3 - 4x^2 + 8x - 26$; $R = 60$)

i) $10x^3 - 15 \mid x+5$ (Soluc: $C(x) = 10x^2 - 50x + 250$; $R = -1265$)

j) $x^3 + 2x^2 + 3x + 1 \mid x-1$ (Soluc: $C(x) = x^2 + 3x + 6$; $R = 7$)

k) $x^4 - 2x^3 + x^2 + 3x + 1 \mid x-2$ (Soluc: $C(x) = x^3 + x + 5$; $R = 11$)

l) $2x^4 - 7x^3 + 4x^2 - 5x + 6 \mid x-3$ (Soluc: $C(x) = 2x^3 + 5x^2 + x - 2$; División exacta)

m) $x^5 + 1 \mid x-1$ (Soluc: $C(x) = x^4 + x^3 + x^2 + x + 1$; $R = 2$)

n) $x^4 + x^3 - x^2 + x - 1 \mid x+2$ (Soluc: $C(x) = x^3 - x^2 + x - 1$; $R = 1$)

o) $x^3 - 7x^2/2 - 10x/3 - 70 \mid x-6$ (Soluc: $C(x) = x^2 + 5x/2 + 35/3$; División exacta)

p) $x^4 - 2x^3/3 + x^2/2 + 3x + 1 \mid x+3$ (Soluc: $C(x) = x^3 - \frac{11}{3}x^2 + \frac{23}{2}x - \frac{63}{2}$; $R(x) = \frac{191}{2}$)

q) $2x^3 + 3x^2 - 1 \mid x-1/2$ (Soluc: $C(x) = 2x^2 + 4x + 2$; División exacta)

r) $3x^3 + 2x^2 + 2x - 1 \mid x-1/3$ (Soluc: $C(x) = 3x^2 + 3x + 3$; División exacta)

s) $ax^3 - 3a^2x^2 + 2a^3x + 1 \mid x-a$ (Soluc: $C(x) = ax^2 - 2a^2x$; $R = 1$)

2. Extraer el máximo factor común posible (y comprobar):

a) $4x^2 - 6x + 2x^3 = 2x(x^2 + 2x - 3)$ (Soluc: $2x(x^2 + 2x - 3)$)

b) $3x^3 + 6x^2 - 12x = 3x(x^2 + 2x - 4)$ (Soluc: $3x(x^2 + 2x - 4)$)

c) $12x^4y^2 + 6x^2y^4 - 15x^3y = 3x^2y(4x^2y + 2y^3 - 5x)$ (Soluc: $3x^2y(4x^2y + 2y^3 - 5x)$)

d) $-12x^3 - 8x^4 + 4x^2 + 4x^6 = 4x^2(-3x - 2x^2 + 1 + x^4)$ (Soluc: $4x^2(x^4 - 2x^2 - 3x + 1)$)

e) $-3xy - 2xy^2 - 10x^2yz = -xy(3 + 2y + 10xz)$ (Soluc: $-xy(3 + 2y + 10xz)$)

f) $-3x + 6x^2 + 12x^3 = 3x(4x^2 + 2x - 1)$ (Soluc: $3x(4x^2 + 2x - 1)$)

g) $2ab^2 - 4a^3b + 8a^4b^3 = 2ab(b - 2a^2 + 4a^3b^2)$ (Soluc: $2ab(b - 2a^2 + 4a^3b^2)$)

h) $6x^3y^2 - 3x^2yz + 9xy^3z^2 = 3xy(2x^2y - xz + 3y^2z^2)$ (Soluc: $3(2x^3y^2 - x^2yz + 3xy^3z^2)$)

i) $-2x(x-3)^2 + 4x^2(x-3) = 2x(x-3)(x+3)$ (Soluc: $2x(x-3)(x+3)$)

Ejercicios libro: pág. 64: 21 y 22; pág. 73: 68 (sacar factor común)

HOJA 6: IDENTIDADES NOTABLES

$$(A+B)^2 = A^2 + 2AB + B^2$$

$$(A-B)^2 = A^2 - 2AB + B^2$$

$$(A+B)(A-B) = A^2 - B^2$$

1. Desarrollar las siguientes expresiones utilizando la identidad notable correspondiente, y simplificar. Obsérvense los primeros ejemplos:

a) $(x+5)^2 = x^2 + 2 \cdot x \cdot 5 + 5^2 = \boxed{x^2 + 10x + 25}$

b) $(x-6)^2 = x^2 - 2 \cdot x \cdot 6 + 6^2 = \boxed{x^2 - 12x + 36}$

c) $(x+2)(x-2) = x^2 - 2^2 = \boxed{x^2 - 4}$

d) $(x+2)^2 = x^2 + 4x + 4$ (Soluc: $x^2 + 4x + 4$)

e) $(x-3)^2 = x^2 - 6x + 9$ (Soluc: $x^2 - 6x + 9$)

f) $(x+4)(x-4) = x^2 - 16$ (Soluc: $x^2 - 16$)

g) $(x+3)^2 = x^2 + 6x + 9$ (Soluc: $x^2 + 6x + 9$)

h) $(x-4)^2 = x^2 - 8x + 16$ (Soluc: $x^2 - 8x + 16$)

i) $(x+5)(x-5) = x^2 - 25$ (Soluc: $x^2 - 25$)

j) $(a+4)^2 = a^2 + 8a + 16$ (Soluc: $a^2 + 8a + 16$)

k) $(a-2)^2 = a^2 - 4a + 4$ (Soluc: $a^2 - 4a + 4$)

l) $(a+3)(a-3) = a^2 - 9$ (Soluc: $a^2 - 9$)

m) $(2x+3)^2 = 4x^2 + 12x + 9$ (Soluc: $4x^2 + 12x + 9$)

n) $(3x-2)^2 = 9x^2 - 12x + 4$ (Soluc: $9x^2 - 12x + 4$)

o) $(2x+1)(2x-1) = 4x^2 - 1$ (Soluc: $4x^2 - 1$)

p) $(3x+2)^2 = 9x^2 + 12x + 4$ (Soluc: $9x^2 + 12x + 4$)

q) $(2x-5)^2 = 4x^2 - 20x + 25$ (Soluc: $4x^2 - 20x + 25$)

- r) $(3x+2)(3x-2) = 9x^2 - 4$ (Soluc: $9x^2 - 4$)
- s) $(4b+2)^2 = (4b)^2 + 2^2 + 2 \cdot 4b \cdot 2 = 16b^2 + 16b + 4$ (Soluc: $16b^2 + 16b + 4$)
- t) $(5b-3)^2 = (5b)^2 + 3^2 - 2 \cdot 5b \cdot 3 = 25b^2 - 30b + 9$ (Soluc: $25b^2 - 30b + 9$)
- u) $(b+1)(b-1) = b^2 - 1$ (Soluc: $b^2 - 1$)
- v) $(4a+5)^2 = (4a)^2 + 5^2 + 2 \cdot 4a \cdot 5 = 16a^2 + 25 + 40a$ (Soluc: $16a^2 + 40a + 25$)
- w) $(5a-2)^2 = (5a)^2 + 2^2 - 2 \cdot 5a \cdot 2 = 25a^2 + 4 - 20a$ (Soluc: $25a^2 - 20a + 4$)
- x) $(5a+2)(5a-2) = 25a^2 - 4$ (Soluc: $25a^2 - 4$)
- y) $(4y+1)^2 = (4y)^2 + 1^2 + 2 \cdot 4y \cdot 1 = 16y^2 + 8y + 1$ (Soluc: $16y^2 + 8y + 1$)
- z) $(2y-3)^2 = (2y)^2 + 3^2 - 2 \cdot 2y \cdot 3 = 4y^2 + 9 - 12y$ (Soluc: $4y^2 - 12y + 9$)
- α) $(2y+3)(2y-3) = 4y^2 - 9$ (Soluc: $4y^2 - 9$)
- β) $(3x+4)^2 = (3x)^2 + 4^2 + 2 \cdot 3x \cdot 4 = 9x^2 + 16 + 24x$ (Soluc: $9x^2 + 24x + 16$)
- γ) $(3x-1)^2 = (3x)^2 + 1^2 - 2 \cdot 3x \cdot 1 = 9x^2 + 1 - 6x$ (Soluc: $9x^2 - 6x + 1$)
- δ) $(3x+4)(3x-4) = 9x^2 - 16$ (Soluc: $9x^2 - 16$)
- ε) $(5b+1)^2 = (5b)^2 + 1^2 + 2 \cdot 5b \cdot 1 = 25b^2 + 1 + 10b$ (Soluc: $25b^2 + 10b + 1$)
- ς) $(2x-4)^2 = (2x)^2 + 4^2 - 2 \cdot 2x \cdot 4 = 4x^2 + 16 - 16x$ (Soluc: $4x^2 - 16x + 16$)
- η) $(4x+3)(4x-3) = 16x^2 - 9$ (Soluc: $16x^2 - 9$)

Ejercicios libro: pág. 65: 24 y 25 $((A \pm B)^2)$; pág. 66: 27 $((A+B)(A-B))$; pág. 72: 59 (los tres casos) y 60 $((A \pm B)^2)$

2. Carlos, un alumno de 3º de ESO, indica lo siguiente en un examen:

$$(x+2)^2 = x^2 + 4$$

Razonar que se trata de un grave error. ¿Cuál sería la expresión correcta?

$$(x+2)^2 = x^2 + 2^2 + 2 \cdot x \cdot 2 = x^2 + 4 + 4x = x^2 + 4x + 4$$

Identidades notables

$$(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$$

$$(a-b)^2 = a^2 + b^2 - 2ab$$

$$a^2 - b^2 = (a+b) \cdot (a-b)$$

$$(a+b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$$

$$(a-b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$$

Trinomio al cubo

$$(a+b+c)^3 = a^3 + b^3 + c^3 + 2ab^2 + 2b^2c + 2ac^2 + 3abc$$

$$a^3 + b^3 = (a+b) \cdot (a^2 + b^2 - ab)$$

$$a^3 - b^3 = (a-b) \cdot (a^2 + b^2 + a \cdot b)$$

$$(x+a) \cdot (x+b) = x^2 + (a+b) \cdot x + ab$$